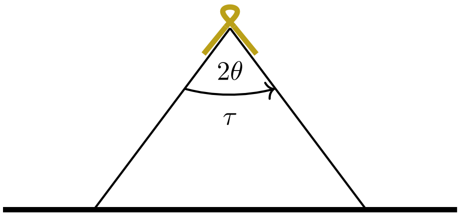
T1: Ugró (10 pont)

Két egyforma, m tömegű és ℓ hosszúságú rudat az egyik végükön egy csukló kapcsol össze, amelyben egy torziós rugó van. A rugó egyforma nagyságú, ellentétes irányú τ visszatérítő nyomatékot fejt ki a csuklóban a rudakra:

$$\tau = 2k\theta,$$

ahol 2θ a rudak által bezárt szög (radiánban) és k a torziós rugóállandó ($k \gg mg\ell$).

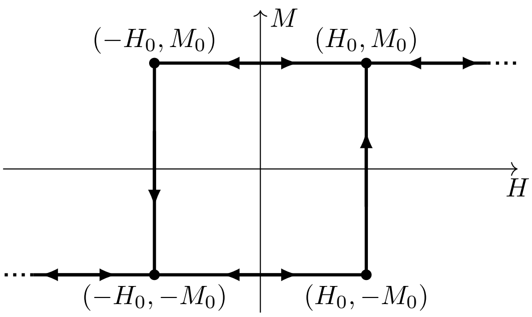


A rendszert egy sima, vízszintes felületre helyezzük úgy, hogy a szabad végei a felületen legyenek, a csukló pedig felettük. A csuklót ezután lenyomjuk annyira, hogy a rudak a felületen feküdjenek ellentétes irányban, azaz $\theta = \pi/2$ legyen. A rudak és a felület között a súrlódás elhanyagolható.

A csukló elengedése után az ugró felugrik. Határozd meg 1%-nál kisebb hibával a rendszer tömegközéppontja által elért maximális h magasságot!

T2: Hiszterézis (10 pont)

Egy szolenoidnak $N \gg 1$ menete van, sugara R és hossza $\ell \gg R$. A szolenoid magja ferromágneses, a hiszterézisgörbéjét az *ábra* mutatja. M a mag mágnesezettsége, amely a mag anyaga nélkül nulla lenne. Ezt a tekercs árama által létrehozott H mágneses térerősség határozza meg, a B indukciót pedig a $B = \mu_0 (H + M)$ összefüggés. M_0 és H_0 azonos nagyságrendűek. Tegyük fel, hogy M csak akkor változhat, ha $|H| \geq H_0$.



A tekercshez egy ideális, C kapacitású kondenzátort kapcsolunk, ezzel egy zárt áramkört létrehozva. Tegyük fel, hogy az összekötő vezetékek ellenállása elhanyagolható.

a) **(3,0 pont)** Kezdetben I_i áram folyik az áramkörben, és a kondenzátor töltése nulla. I_i elég nagy ahhoz, hogy $H(I_\mathrm{i}) \gg H_0$. Egy oszcilláció után az áram értéke újra elér egy maximális értéket. Határozd meg a különbséget I_i és eközött a maximális érték között!

b) **(2,3 pont)** Határozd meg azt a maximális áramértéket, amely sok oszcilláció után elérhető!

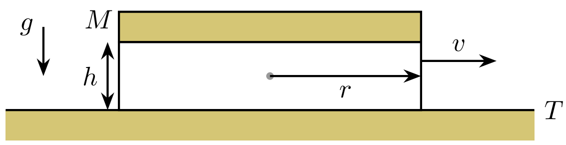
c) **(4,7 pont)** Az áram $I(t)$ időfüggvénye két, jellegében eltérő viselkedésű fázisból áll, ezeket jelölje A és B. A rendszer az A fázisban meghatározatlan ideig lehet, míg a B fázisban töltött minden egyes időtartam hossza meghatározott. Határozd meg azt a maximális B fázisban töltött időtartamot, amely I_i optimális választásával elérhető!

T3: Szárazjéghoki (10 pont)

A szilárd CO_2 (szárazjég) $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$ nyomáson és $T_\mathrm{s} = -78{,}5\,°\mathrm{C}$ hőmérsékleten szublimál (szilárd halmazállapotból gázhalmazállapotba kerül). A telített gőz nyomását a Clausius–Clapeyron-törvény írja le:

$$\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{sat}}{\mathrm{d}T} = \frac{\mu\lambda p_\mathrm{sat}}{RT^2},$$

ahol $\lambda = 600\,\mathrm{kJ/kg}$ a szublimációs hő, $\mu = 0{,}044\,\mathrm{kg/mol}$ a moláris tömeg és $R = 8{,}3\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}$ az egyetemes gázállandó. A CO_2 gáz hővezetési együtthatója $\kappa = 10\,\mathrm{mW/(m \cdot K)}$, viszkozitása $\eta = 10\,\mathrm{\mu Pa \cdot s}$. A szárazjég sűrűsége $\varrho = 1500\,\mathrm{kg/m^3}$ és a nehézségi gyorsulás értéke $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.



Egy $r = 10\,\mathrm{mm}$ sugarú hokikorong egy $h = 1\,\mathrm{mm}$ vastagságú szárazjégkorongból és egy arra helyezett, $M = 0{,}01$ kg tömegű fémkorongból áll. A hokikorong kezdeti hőmérséklete T_s, a külső nyomás pedig p_0.

A hokikorongot egy vízszintes, állandó $T = T_\mathrm{s} + \Delta T$ hőmérsékleten tartott fémlemezre helyezzük, majd $v = 10\,\mathrm{mm/s}$ nagyságú, vízszintes irányú kezdősebességgel elindítjuk. Nagyon hosszú idő elteltével a hokikorong vízszintes elmozdulása L.

a) **(2 pont)** Ha ΔT elegendően kicsiny, akkor L elhanyagolható, és nem függ ΔT-től. Azonban, ha ΔT elér egy kritikus ΔT_c értéket, az $L(\Delta T)$ függvény elkezd növekedni. Becsüld meg ΔT_c értékét!

b) **(8 pont)** Becsüld meg az $L(\Delta T)$ függvény maximális L_max értékét!

A CO_2 gázt ideális gázként kezelheted. Feltételezheted, hogy a hokikorong soha nem billen meg, minden felület tökéletesen sima, és a hővezetési együtthatókra fennáll, hogy $\kappa_\text{fém} \gg \kappa_\text{jég} \gg \kappa$.