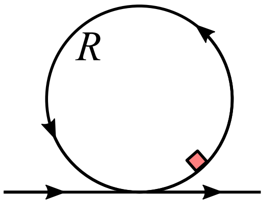
**F1**. Van adott $\rho$ sűrűségű jól formálható anyagból $V$ térfogatnyi mennyiségünk. Milyen alakú "bolygót" formáljunk belőle, ha a tér egy adott pontjában a lehető legnagyobb gravitációs gyorsulást szeretnénk elérni?

**F2**. Hajlékony kisautópályából egy $R$ sugarú függőleges síkú hurkot hajlítottunk. A hurokra egy pontszerű testet lökünk rá $v_0$ kezdősebességgel. A test és a pálya közötti csúszási súrlódási együttható $\mu$. Adjuk meg a test sebességét a köríven befutott $s$ ívhossz függvényében! Legalább mekkora legyen $v_0$, hogy a test ne essen le a pályáról? Mekkora végsebességgel érkezik meg a test egy kör befutása után a hurok kijáratához? Milyen egyszerű összefüggéssel adható meg ez a végsebesség (feltéve, hogy nem esik le a test) a $v_0$ kezdősebesség függvényében?
(*Segítség: érdemes a test mozgási energiáját vizsgálni a hurkon befutott $s$ ívhossz függvényében.*)




**F3**. A galaktikus birodalom energiaválsággal néz szembe, ezért a Halálcsillag fűtésére fordított teljesítményt a lehető legjobban le szeretnék csökkenteni. A cél a halálcsillag belsejében $T_0$ hőmérsékletet fenntartani a lehető legkisebb fűtőteljesítménnyel. Ehhez a (szigetelés nélkül) $R_0$ sugarú halálcsillagot kívülről gömbszimmetrikusan bevonják $\lambda$ lineáris hővezetési együtthatójú, feketének tekinthető hőszigetelő anyaggal. A hőszigetelőréteg a szélén hősugárzással adja le a kijutó hőáramot. Az uralkodó arra kíváncsi, milyen vastagságban érdemes bevonni a halálcsillagot, hogy energetikailag optimális legyen. *Megjegyzés: a Fourier-féle hővezetési törvény szerint a szigetelőanyagban létrejövő hőáramsűrűség arányos a lokális hőmérséklet deriváltjával és a csökkenés irányába mutat: $j = -\lambda \frac{dT}{dr}$.*

**F4**. Súrlódásmentes drótból "U" alakú pályát hajlítunk, melyen egy kis gyöngy mozoghat periodikusan. Milyen alakúla hajlítsuk a pályát, ha azt szeretnénk, hogy a gyöngy periódusideje ne függjön az rezgés amplitudójától?

**F5**. Modellezzük a futballt! Tekintsuk a legegyszerűbb modellt, melyben a 22 játékos és labda összességét ideális, hőmérsékleti egyensúlyban lévő gáznak tekintjük. Egy játékos tömegét tekintsük $m_j = 80$kg-nak, a labda tömege pedig $m_L = 0{,}45$kg. Egy játékos egy 90 perces mérkőzésen átlagosan 10km távolságot fut. A focikapu 7,32m széles és 2,44m magas. A pálya 70m széles és 100m hosszú.

*a*) Adjuk meg a gáz hőmérsékletét!

*b*) Adjuk meg a "labdagáz" parciális nyomását a magasság függvényében.

*c*) Adjuk meg, átlagosan hány gólt rúg egy csapat egy mérkőzésen!

*d*) Adjuk meg a rúgott gólok számáanak eloszlását!

*e*) Régebben lassabban futottak a focisták. Ez alapján több, vagy kevesebb gól született?

**F6**. Az $1/r^2$-es gravitációs erőtörvény különleges tulajdonsága a lehetséges centrális erőtörvények között, hogy benne a szokásos megmaradó mennyiségeken (energia, perdület) túl van még egy megmaradó mennyiség, amit Runge-Lenz vektornak neveznek. A Runge-Lenz vektor megkapható a $\mathbf{p}$ impulzus, $\mathbf{N}$ perdület, valamint a $\mathbf{r}$ helyvektor segítségével,

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{N} - \gamma m^2 M \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

*a*) Idő szerinti deriválással mutassuk meg közvetlen módon, hogy az $\mathbf{A}$ vektor valóban időfüggetlen.

*b*) Vizsgáljuk az $\mathbf{A}\cdot\mathbf{r}$ skaláris szorzatot, majd ennek segítségével fejezzük ki a pálya $r(\varphi)$ egyenletét, ahol $\varphi$ az $\mathbf{A}$ és $\mathbf{r}$ vektorok által bezárt szög.

*c*) Mivel függ össze $\mathbf{A}$ vektor iránya és hossza?

*Jó feladatmegoldást!*
*Werner Miklós*