

## Olimpiai szakkör

2022.11.07.

**F1 (előző szakkörrel).** Modellezzük a futballt! Tekintsük a legegyszerűbb modellt, melyben a 22 játékos és labda összességét ideális, hőmérsékleti egyensúlyban lévő gáznak tekintjük. Egy játékos tömegét tekintsük  $m_j = 80\text{kg}$ -nak, a labda tömege pedig  $m_L = 0,45\text{kg}$ . Egy játékos egy 90 perces mérkőzésen átlagosan 10km távolságot fut. A focikapu 7,32m széles és 2,44m magas. A pálya 70m széles és 100m hosszú.

- Adjuk meg a gáz hőmérsékletét!
- Adjuk meg a "labdagáz" parciális nyomását a magasság függvényében.
- Adjuk meg, átlagosan hány gólt rúg egy csapat egy mérkőzésen!
- Adjuk meg a rúgott gólok számának eloszlását!
- Régebben lassabban futottak a focisták. Ez alapján több, vagy kevesebb gól született?

**F2 (előző szakkörrel).** Az  $1/r^2$ -es gravitációs erőtvény különleges tulajdonsága a lehetséges centráris erőtvények között, hogy benne a szokásos megmaradó mennyiségeken (energia, perdület) túl van még egy megmaradó mennyiség, amit Runge-Lenz vektornak neveznek. A Runge-Lenz vektor megkapható a  $\mathbf{p}$  impulzus,  $\mathbf{N}$  perdület, valamint a  $\mathbf{r}$  helyvektor segítségével,

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{N} - \gamma m^2 M \frac{\mathbf{r}}{r}$$

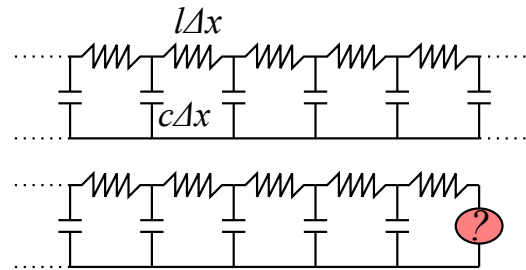
- Idő szerinti deriválással mutassuk meg közvetlen módon, hogy az  $\mathbf{A}$  vektor valóban időfüggetlen.
- Vizsgáljuk az  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$  skaláris szorzatot, majd ennek segítségével fejezzük ki a pálya  $r(\varphi)$  egyenletét, ahol  $\varphi$  az  $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{r}$  vektorok által bezárt szög.
- Mivel függ össze  $\mathbf{A}$  vektor iránya és hossza?

**F3.** Egy  $\rho$  sűrűségű,  $A$  keresztmetszetű,  $L$  hosszúságú, és  $E$  Young-modulusú rugalmas rúd végéhez egy  $M$  tömegű téglát rögzítettünk, a téglát súrlódásmentes asztalon nyugszik. Milyen frekvenciájú longitudinális állóhullámok alakulhatnak ki a rendszerben? Értelmezzük az  $M \gg \rho AL$  és  $M \ll \rho AL$  limeszeket is.



**F4.** Azonos keresztmetszetű rugalmas rudakat egymáshoz ragasztottunk. Az egyik  $\rho_1$  sűrűségű  $E_1$  Young-modulusú, a másik  $\rho_2$  sűrűségű és  $E_2$  Young-modulusú. Az "1"-es rúdban elindítunk egy  $A$  amplitudójú  $f$  frekvenciájú longitudinális hullámot a hátfelület irányába. Mekkora amplitudójú hullám "jut át" a "2"-es darabba? Mekkora a visszavert hullám amplitudója?

**F5.** Egy vezetékpáron terjedő elektromágneses jelek leírásához a vezetékpárt modellezhetjük egy végtelen létracapcsolással. A vezetékpár egy piciny  $\Delta x$  hosszúságú darabja jellemezhető egy kapacitással és egy induktivitással,  $\Delta C = c\Delta x$  és  $\Delta L = l\Delta x$ , ahol  $c$  és  $l$  a hosszegységre jutó kapacitás és induktivitás.

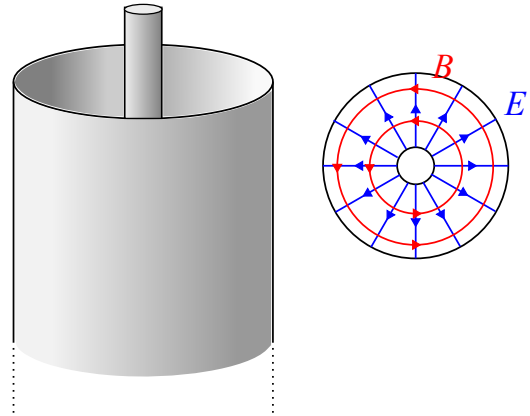


- Keressük az  $x$  helyen lévő kondenzátor feszültségét  $U(x, t) = U_0 \sin(\omega(t - x/v))$  alakban! Mekkora a hullám terjedési sebessége?
- A vezeték végénél a hullámok esetleg visszaverődhetnek. Amennyiben információt továbbítunk a vezetéken, úgy azonban szeretnénk elkerülni, hogy visszaverődjenek a hullámok a vezeték végéről. Milyen elektronikai elemet kell a vezetékpár végéhez kötnünk ehhez?

**F6.** Az F5 feladat által motiválva véges  $C$  kapacitásokból és  $L$  induktivitásokból készítettünk egy hosszú létracapcsolást, majd  $\omega$  körfrekvenciájú hullámot indítottunk rajta. A létrafokok egymástól véges (tehát nem kicsiny)  $\Delta x$  távolságra vannak.

- Mekkora a hullám  $v$  terjedési sebessége?
- Az  $\omega$  körfrekvenciához képest igen kis frekvenciákon moduláljuk a hullám amplitudóját. Mekkora a moduláció terjedési sebessége?

**F7.** Egy  $R_0$  sugarú vezetőket  $R$  sugarú vezetőköpeny középre helyeztünk szimmetrikus módon, így koaxiális kábelt hoztunk létre. Határozzuk meg a kábelben haladó olyan elektromágneses hullámok terjedési sebességét, melyben mind az elektromos, mind a mágneses terek merőlegesek a kábel szimmetriatengelyére. Milyen elektromos és mágneses terek alakulnak ki a haladó hullámban? Mekkora töltéssűrűségek / áramok folynak a vezetékben és a köpenyben? Mivel kell lezárni a levágott kábelvéget, hogy elkerüljük a visszaverődéseket?



*Jó feladatmegoldást!  
Werner Miklós*