

Fizika Diákolimpia felkészítő szakkör

2023. február 6.

1. De Broglie hullám

Egy m tömegű, v sebességgel mozgó részecske de Broglie szerint anyaghullámnak tekinthető. Legyen az anyaghullám hullámhossza: $\lambda = h/I$, frekvenciája $f = E/h$ ahol I a részecske impulzusa, E az energiája, h pedig a Planck-állandó. Az anyaghullám síkhullámnak tekinthető $\Psi(x, t) = \varphi_0 e^{ikx - i\omega t}$ függvény szerinti hely- és időfüggéssel, ahol ω a körfrekvencia, a hullámszám $k = 2\pi/\lambda$, φ_0 pedig a hullám amplitúdója.

- mekkora sebességgel mozognak a hullám azonos fázisú pontjai? (fázissebesség)
- Igazoljuk, hogy a $\Psi(x, t)$ hullámfüggvény kielégíti az alábbi egyenletet (szabad részecske 1D-s Schrödinger egyenlete): $\frac{\hbar^2}{2m} \Psi'' = \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ ahol $\hbar = h/2\pi$, a Ψ'' hely szerinti második deriválást, a $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ pedig idő szerinti deriválást jelent.

2. Dobozba zárt részecske

Egy m tömegű pontszerű részecske két párhuzamos, egymástól L távolságra elhelyezkedő merev síklap között szabadon pattoghat rugalmasan. Sebessége merőleges a felületekre. Mekkora energiával rendelkezhet a részecske, ha anyaghullámként tekintünk rá?

3. Alagúteffektus

Ahhoz, hogy egy fémből kiszakítsunk egy elektront, legalább W_{ki} mennyiségű energiát kell az elektronnal közölni, ahol W_{ki} az adott fémre jellemző kilépési munka. Két fémtömböt helyezünk el úgy, hogy köztük igen kicsi d távolság mérhető. Feltételezzük, hogy a fémtömbökben az elektron szabadon mozog, E mechanikai energiával rendelkezik. Mekkora valószínűséggel képes az elektron átkerülni az egyik fémtömbből a másikba, ha az elektron E energiája nem haladja meg a W_{ki} kilépési munkát?

4. Hidrogénatom

A Bohr-féle atommodell szerint az alapállapotú hidrogén atomban az elektron egy r_0 sugarú körpályán kering. Schrödinger szerint az elektron hullámként veszi körül a magot. Az alapállapotú hidrogénatomban az elektron hullámfüggvényének amplitúdója az alábbiak szerint függ az atommagtól mért r távolságtól: $\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{r_0}\right)^{3/2} e^{-r/r_0}$ Mekkora valószínűséggel tartózkodik az elektron a Bohr-sugáron kívül?