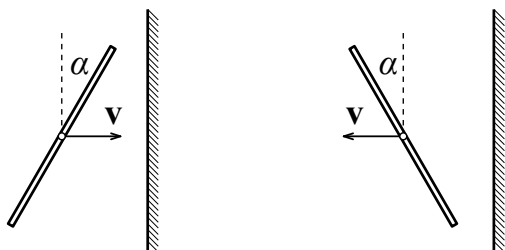


## Olimpiai előkészítő szakkör

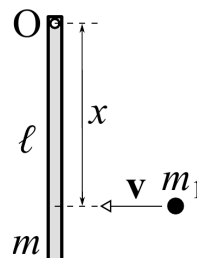
(Budapest, 2023. november 6.)

1. **Falnak ütköző rúd.** Egy homogén tömegeloszlású vékony rúd tömegközéppontja merőlegesen mozog egy fal felé. A rúd a tömegközéppontja körül nem forog. Hogyan válasszuk meg a rúd fal síkjával bezárt  $\alpha$  szögét, hogy a fal és a rúd két ütközését követően a fal és a rúd két ütközését követően a rúd ugyancsak állandó  $\alpha$  szöget zárjon be a fallal az ábra szerint? Feltételezzük, hogy az ütközések tökéletesen rugalmasak, a fal és a rúd közt súrlódási erő nem lép fel, valamint a nehézségi erőter hatása elhanyagolható.

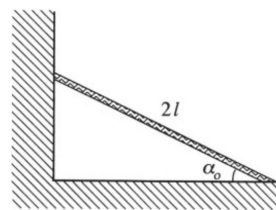


2. **Rúdba lőtt golyó.** Egy  $\ell$  hosszúságú,  $m$  tömeg, homogén, vékony rúd az  $O$  ponton átmenő vízszintes tengely körül szabadon elfordulhat. A rúddal tökéletesen rugalmasan ütközik egy vízszintes irányú  $v$  sebességgel haladó,  $m_1$  tömegű kis test.

- A tengelytől mekkora  $x$  távolságra csapódjon be a kis test, hogy az ütközés rövid ideje alatt a tengelyre ne hasson vízszintes erő?
- Mekkora legyen ebben az esetben az  $m_1/m$  tömegarány, hogy a kis test teljes mozgási energiáját átadja a rúdnak?



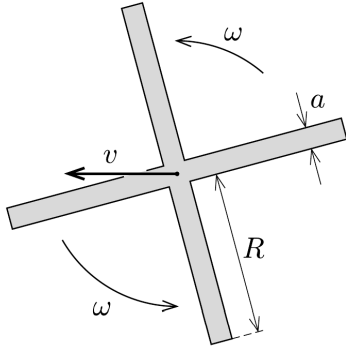
3. **Lecsúszó rúd.** Egy  $m$  tömegű,  $2l$  hosszúságú homogén rúd az ábrán látható módon súrlódásmentes talajon súrlódásmentes falnak támaszkodik. A rudat a vízszinteshez képest  $\alpha_0$  szögben, nyugvó helyzetből elengedjük.



- Milyen pályán mozog a rúd középpontja (addig, amíg a végei a talajon illetve a falon mozognak)?
- A vízszinteshez képest mekkora  $\alpha$  szögű helyzetben válik el a rúd a faltól? (Tegyük fel, hogy a talajtól addig nem válik el a rúd.)
- Igazold, hogy a faltól való elválás pillanatáig a rúd valóban nem válik el a talajtól!

4. **Henger az asztalterítőn.** Vízszintes asztallapon terítő, azon henger nyugszik. A terítőt kirántjuk a henger alól. Mekkora sebességgel fog gördülni az asztalon a henger? (A súrlódás sehol nem hanyagolható el.)

**5. Bumeráng.** Ez a feladat a bumerángok működési elvével foglalkozik. Bár a mozgás pontos leírása igen bonyolult, bizonyos egyszerűsítő feltevésekkel élve jól megérthető a bumerángok visszatérésének oka. A feladatban egy szimmetrikus, homogén tömegeloszlású, kereszt alakú bumerángot vizsgálunk (lásd az ábrát). Jelöljük a bumeráng teljes tömegét  $m$ -mel, karjainak hosszát  $R$ -rel, karjainak szélességét  $a$ -val ( $a \ll R$ ), a karok vastagsága ezekhez a méretekhez képest elhanyagolható.



A bumeráng mozgása során a szárnyakra hidrodinamikai felhajtóerő hat, amelynek iránya merőleges a szárnyakra, és az ábrán jelölt forgásirány esetén az ábra síkjából kifelé mutat. A szárny egy kicsiny  $\Delta A$  felületű darabkájára ható hidrodinamikai felhajtóerőt az

$$F = \gamma v_{\perp}^2 \Delta A$$

alakban adhatjuk meg, ahol  $v_{\perp}$  a levegő szárnyhoz képesti relatív sebességének a szárny élére merőleges komponense. A  $\gamma$  együttható értéke arányos a levegő (állandónak tekinthető) sűrűségével, ezen kívül pedig a bumeráng alakjától függ. A feladatban a nehézségi erőt és a közegellenállásból származó disszipációt mindvégig hanyagoljuk el!

- Határozzuk meg a bumerángra ható eredő hidrodinamikai felhajtóerő egy fordulatra vett időátlagát, ha a bumeráng középpontja  $v$  sebességgel mozog, forgási szögsebessége pedig  $\omega$ . A választ  $v$ ,  $\omega$ ,  $R$ ,  $a$  és  $\gamma$  segítségével adjuk meg!
- Számítsuk ki a bumerángra ható eredő forgatónyomaték egy fordulatra vett időátlagát, ha a bumeráng középpontja  $v$  sebességgel mozog, forgási szögsebessége pedig  $\omega$ . A választ  $v$ ,  $\omega$ ,  $R$ ,  $a$  és  $\gamma$  segítségével adjuk meg!
- A bumerángot eldobjuk úgy, hogy síkja függőleges legyen. Mekkora legyen a bumeráng eldobásakor a  $v/R\omega$  arány, hogy a bumeráng középpontja vízszintes síkú körpályán mozogjon? (Tételezzük fel, hogy a bumeráng  $2\pi/\omega$  forgási periódusideje sokkal kisebb, mint a körpályán való mozgás periódusidejénél.)
- Adjuk meg a bumeráng középpontja által leírt pálya  $r$  sugarát  $\gamma$ -val és a bumeráng adataival kifejezve.
- Ugyanabból az anyagból két geometriailag hasonló bumerángot készítünk: az egyik a másiknak minden lineáris méretében a felére kicsinyített mása. Hogyan viszonyul a megfelelően eldobott, körpályán mozgó bumerángok pályasugara a két esetben?

A feladatok között szerepelnek régi IPHO válogatóversenyen és Román-Magyar Előolimpián kitűzött feladatok.

Jó munkát!  
Tasnádi Tamás