Olimpiai előkészítő szakkör

Budapest, 2023. nov. 13.

1. Piramis építés Ha egyforma téglákat rakunk egymásra, nem építhetünk akármilyen magas tornyot, hiszen a legalsó tégla nem képes bármekkora nyomást elviselni. Tegyük fel, hogy az építőanyag maximálisan P_{max} nyomást képes kibírni, sűrűsége pedig ρ. Ha ebből az anyagból homogén, tömör, A_0 alapterületű tornyot építünk, azt célszerű úgy megtervezni, hogy vízszintes keresztmetszete felfelé haladva egyre kisebb legyen, hasonlóan a piramisokhoz. Milyen függvény szerint változzon a torony $A(y)$ vízszintes keresztmetszete a talajszint feletti y magasság függvényében, ha azt szeretnénk, hogy a torony súlyából származó nyomás a torony minden vízszintes keresztmetszetében P_{max} értékű legyen?

2. Láncgörbe Adott egy igen hajlékony, vékony fonál, egységnyi hosszának tömege μ. Két azonos magasságban elhelyezkedő, egymástól a távolságra levő pontot kötünk össze a fonállal lazán úgy, hogy a belógó kötél középső, legmélyebben elhelyezkedő pontja a mélységben van a felfüggesztési pontokhoz képest. Milyen függvény írja le a kötél alakját?

3. Módosított láncgörbe Ha a 2. feladatban leírt kísérletet homogén kötéllel végezzük el, akkor a felfüggesztési pontok közelében nagyobb erő feszíti a kötelet, mint a legalsó pont környékén. Lehet, hogy a felfüggesztési pontok közelében a kötél már majdnem leszakad saját súlya alatt, miközben a kötél közepének igénybevétele messze a határérték alatt marad. A 2. feladatban leírt módon függesszünk fel most egy inhomogén kötelet, melynek $A(s)$ keresztmetszete egyelőre ismeretlen függvény szerint változik a kötél hossza mentén. A kötél anyagának sűrűsége mindenütt ρ, ezért az egységnyi hosszra eső tömeg $\mu(s)=\rho A(s)$ szerint változik. Értelemszerűen, ahol vastagabb a kötél, ott nagyobb erő kell az elszakításához is. A kötél egy adott keresztmetszetén maximálisan $F_{max}=P_{max}A(s)$ erőt képes elviselni, ahol P_{max} a kötél anyagára jellemző szakítószilárdság. Milyen függvény írja le a felfüggesztett kötél alakját, ha a kötél hossza mentén az $A(s)$ keresztmetszetet úgy alakítjuk, hogy a kötél mindenütt maximális terhelésnek legyen kitéve? Feltételezzük, hogy $A(s)<<<a^2$

4. Gerenda meghajlása Adott egy L hosszúságú, axa keresztmetszetű, homogén anyagú gerenda ($a<<L$). Az anyag sűrűsége ρ, rugalmassági modulusa E. Ha a gerendát vízszintes helyzetben a két végén alátámasztjuk, a gerenda a saját súlya alatt meghajlik. Milyen függvény írja le az alakját? Feltételezzük, hogy a gerenda közepének süllyedése sokkal kisebb, mint a.

5. Csavarrugó Nézzünk utána a torziós rugalmas modulus fogalmának! Találjunk összefüggést (fizikakönyvekben) amely megadja, mekkora szöggel csavarodik el egy L hosszúságú r sugarú, homogén anyagú hengeres rúd, melynek egyik végét rögzítjük, másik végére tengely irányban forgató M forgatónyomatékkal hatunk.

r sugarú acélhuzalból csavarrugót készítünk úgy, hogy a huzalból N menetet csévélünk egy R sugarú henger palástjára. A menetek közti távolság d. (Képzeljük el a golyóstollak betétjét feszítő rugót!) Feltételezzük, hogy $r<<d<<R$. Feltételezzük, hogy az elkészült rugó mechanikai feszültségtől mentes, ám ha a rugót hossztengelye mentén összenyomjuk, a huzalban csak torziós feszültség ébred. Adott mértékű összenyomás mellett a huzal egységnyi hosszára eső elcsavarodás mértéke a huzal teljes hossza mentén állandó.

6. Torziós hullámok rúdban Adott egy homogén ρ sűrűségű, adott nyírási modulussal rendelkező homogén, R sugarú, igen hosszú rúd. A rúd végét a rúd tengelyével párhuzamosan csavargatjuk. (periodikusan váltakozó forgatónyomatékkal hatunk rá) Milyen terjedési sebességű torziós hullámok indulnak el a rúd tengelyével párhuzamosan?

Sarkadi Tamás