

Olimpiai előkészítő szakkör

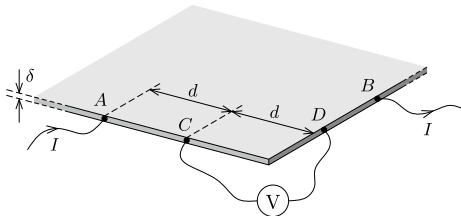
Budapest, 2025. január 6.

Feladatok előző alkalomról

F1 Vizsgáljuk a négypontos ellenállásmérés módszerét két különböző geometriai esetben:

- Félvégtelen tér: Írjuk le, hogyan határozható meg a fajlagos ellenállás egy félvégtelen vezető közegben elhelyezett négytűs mérőfejjel!
- Végtesen sík: Vizsgáljuk meg, hogyan módosul a mérés, ha a vezető közeg csupán egy vékony, végtelen kiterjedésű sík!

F2 Egy nagy méretű, négyzet alakú, vékony fémlemez anyagának fajlagos ellenállását szeretnénk megmérni, azonban csak a lemez egyik sarkához férünk hozzá. Kiválasztjuk a lemez elérhető sarkának közelében a két szomszédos oldalélen található A, B, C és D pontokat az ábrán látható módon. Az A és B pontok távolsága a kiválasztott csúcstól $2d$, a C és D pontoké pedig d , ahol d sokkal kisebb a fémlemez oldalhosszánál, de sokkal nagyobb, mint a lemez δ vastagsága.



Ha az A pontba I erősségű áramot vezetünk, a B pontból pedig elvezetjük azt, akkor a C és D pontok közé kapcsolt voltmérő U feszültséget jelez. Határozzuk meg a fémlemez σ fajlagos ellenállását!

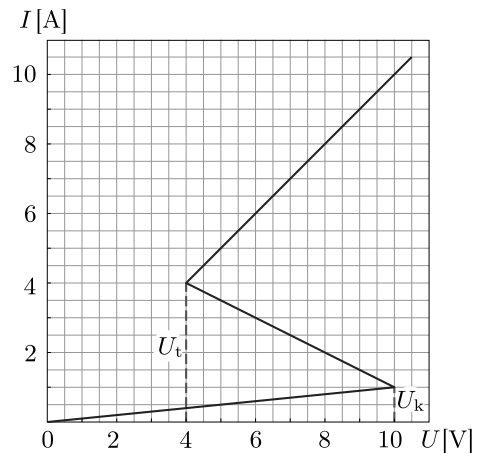
Nemlineáris dinamika elektromos áramkörökben

Bistabil, nemlineáris félvezető áramköri elemeket (pl. tirisztorokat) széles körben alkalmaznak az elektroni-

kában kapcsolóként és elektromágneses rezgések előállításához. A tirisztorok alkalmazásának elsődleges területe a váltóáram szabályozása a teljesítményelektronikában, például amikor megawattos nagyságrendben kell váltóáramot egyenirányítani. A bistabil elemek önszabályozó jelenségek modelljeként is szolgálhatnak a fizikában (ezzel foglalkozik a feladat B része), a biológiában (lásd a C részt) és a modern tudomány más, nemlineáris jelenségekkel foglalkozó területein.

A rész: Stacionárius állapotok és instabilitások

Az 1. ábra egy nemlineáris X áramköri elem úgynevezett S-alakú $I - U$ karakterisztikáját mutatja. Az $U_t = 4,00 \text{ V}$ (tartófeszültség) és az $U_k = 10,0 \text{ V}$ (kiszöbbszültség) közötti feszültségtartományban az $I - U$ karakterisztika többértékű. Az egyszerűség kedvéért az 1. ábrán látható grafikon szakaszonként lineáris (minden ág egy egyenes szakasz), továbbá a felső ág meghosszabbítása átmegy az origón. Ez a közelítés jól leír egy valódi tirisztor.



1. ábra

A.1 Feladat

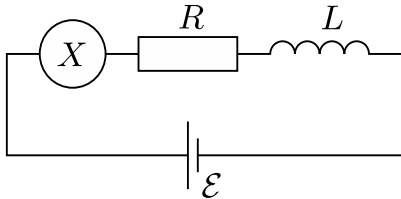
Határozzuk meg az X áramköri elem R_{be} és R_{ki} ellenállását az I-V karakterisztika felső, illetve alsó ágában! A középső ágat a következő egyenlet írja le:

$$I = I_0 - \frac{U}{R_k}. \quad (1)$$

Határozzuk meg az I_0 és R_k paraméterek értékét!

A.2 Feladat

Az X áramköri elem sorba van kötve egy R ellenállással, egy L induktivitással és egy \mathcal{E} ideális feszültségforrással. Az áramkört stacionárius állapotban lévőnek nevezzük, ha az áramerősség $I(t)$ állandó. Hány stacionárius állapota lehet a 2. ábrán látható áramkörnek, ha \mathcal{E} egy rögzített érték és $R = 3,00 \Omega$? Hogyan módosul a válasz, ha $R = 1,00 \Omega$?



2. ábra

A.3 Feladat

Legyen a 2. ábrán látható áramkörben $R = 3,00 \Omega$, $L = 1,00 \mu\text{H}$ és $\mathcal{E} = 15,0 \text{V}$. Határozzuk meg az X áramköri elem I_{st} áramának és U_{st} feszültségének értékét a stacionárius állapotban!

A.4 Feladat

Használjuk az A.3 kérdésben szereplő numerikus értékeket, és tanulmányozzuk az $I(t) = I_{st}$ áramú stacionárius állapot stabilitását! Stabil vagy instabil ez az állapot?

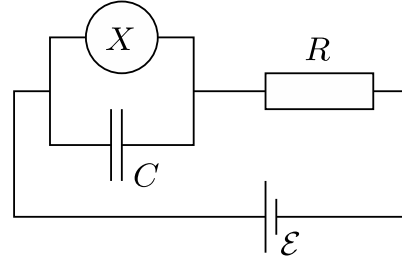
B rész: Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a fizikában

Most egy új áramköri elrendezést vizsgálunk (lásd a 3. ábrát). Ez alkalommal az X nemlineáris áramköri elem párhuzamosan van kötve egy $C = 1,00 \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátorral. Ezt aztán sorbakötjük egy $R = 3,00 \Omega$ ellenállású ellenállással és egy $\mathcal{E} = 15,0 \text{V}$ állandó feszültségű, ideális feszültségforrással. Kiderül, hogy az áramkör rezgéseket végez, azaz az

X nemlineáris áramköri elem az I-V karakterisztika egyik ágáról a másikra ugrik egy ciklus során.

B.1 Feladat

Rajzoljuk le a rezgési ciklust az I-V grafikonon, és adjuk meg az irányát is (óramutató járásával megegyező vagy azzal ellentétes). Indokoljuk a választ egyenletekkel és vázlatokkal!



3. ábra

B.2 Feladat

Vezessünk le kifejezéseket azon t_1 és t_2 időtartamokra, amelyeket a rendszer az I-V grafikon egyes ágain tölt a rezgési ciklus során! Számítsuk ki ezek numerikus értékét is! Határozzuk meg a rezgés T periódusidejét is, feltételezve, hogy az az idő, ami az I-V grafikon egyik ágáról a másik ágára való átugráshoz szükséges, elhanyagolható!

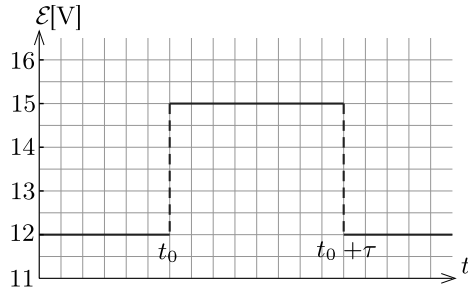
B.3 Feladat

Becsüljük meg a nemlineáris elemen egy ciklus alatt disszipálódó átlagos P teljesítményt! Elég a nagyságrendet meghatározni.

B.4 Feladat

A 3. ábrán látható áramkört egy rádióadóhoz használjuk. Az X áramköri elemet egy s hosszúságú lineáris antenna (egy hosszú, egyenes vezeték) egyik végéhez csatlakoztatjuk, a vezeték másik vége szabad. Az antennában egy elektromágneses állóhullám alakul ki. Az elektromágneses hullám sebessége az antenna mentén ugyanakkora, mint vákuumban. Az adó a rendszer alapharmonikusát használja, melynek periódusideje a B.2 részben meghatározott T .

Mi az s hosszúság optimális értéke, feltéve, hogy nem haladhatja meg az 1 km-t?



4. ábra

C rész: Bistabil elemek a biológiában

A feladat ezen részében a bistabil, nemlineáris áramköri elemet egy biológiai folyamat modelljeként vizsgáljuk. Egy neuron az emberi agyban a következő tulajdonsággal rendelkezik: ha egy külső jel ingerli, akkor egyetlen rezgést végez, majd visszatér az eredeti állapotába. Ezt a tulajdonságot *ingerelhetőségnek* nevezzük. Ennek a tulajdonságnak köszönhetően impulzusok haladhatnak végig az idegrendszeret alkotó, csatolt neuronok hálózatán. Azt a félvezető csipet, amelyet az ingerelhetőség és a jelterjedés utánzására készítenek, *neurisztornak* nevezik (a neuron és a tranzistor szavakból).

Megkísérelünk egy egyszerű neurisztort egy olyan áramkörrel modellezni, mely tartalmazza az eddig vizsgált X nemlineáris elemet. Ezért a 3. ábrán látható áramkörben az \mathcal{E} feszültséget lecsökkentjük $\mathcal{E}' = 12,0$ V-ra. A rezgések megszűnnek, és a rendszer eléri a stacionárius állapotát. Aztán a feszültséget hirtelen újra $\mathcal{E} = 15,0$ V-ra növeljük, majd τ időtartam után (ahol $\tau < T$) ismét \mathcal{E}' értékre állítjuk (lásd a 4. ábrát). Kiderül, hogy van egy bizonyos kritikus τ_k érték, és a rendszer minőségileg más viselkedést mutat, ha $\tau < \tau_k$, illetve ha $\tau > \tau_k$.

C.1 Feladat

Vázzuk fel az X áramköri elem folyó $I_X(t)$ áramerősséget az idő függvényében ha $\tau < \tau_k$, illetve ha $\tau > \tau_k$!

C.2 Feladat

Fejezzük ki paraméteresen és határozzuk meg numerikusan is, hogy mekkora az a τ_k kritikus idő, ahol a viselkedés megváltozik.

C.3 Feladat

Neurisztor-e az áramkör $\tau = 1,00 \cdot 10^{-6}$ s érték esetén?