

# Fizika Diákolimpia felkészítő szakkör

2025. február 17.

## 1. De Broglie hullám

Egy  $m$  tömegű,  $v$  sebességgel mozgó részecske de Broglie szerint anyaghullámnak tekinthető. Legyen az anyaghullám hullámhossza:  $\lambda = h/I$ , frekvenciája  $f = E/h$  ahol  $I$  a részecske impulzusa,  $E$  az energiája,  $h$  pedig a Planck-állandó. Az anyaghullám síkhullámnak tekinthető  $\Psi(x, t) = \varphi_0 e^{ikx - i\omega t}$  függvény szerinti hely- és időfüggéssel, ahol  $\omega$  a körfrekvencia, a hullámszám  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\varphi_0$  pedig a hullám amplitúdója.

- mekkora sebességgel mozognak a hullám azonos fázisú pontjai? (fázissebesség)
- Igazoljuk, hogy a  $\Psi(x, t)$  hullámfüggvény kielégíti az alábbi egyenletet (szabad részecske 1D-s Schrödinger egyenlete):  $\frac{\hbar^2}{2m} \Psi'' = \frac{\hbar}{i} \dot{\Psi}$  ahol  $\hbar = h/2\pi$ , a  $\Psi''$  hely szerinti második deriválást, a  $\dot{\Psi}$  pedig idő szerinti deriválást jelent.

## 2. Dobozba zárt részecske

Egy  $m$  tömegű pontszerű részecske két párhuzamos, egymástól  $L$  távolságra elhelyezkedő merev síklap között szabadon pattoghat rugalmasan. Sebessége merőleges a felületekre. Mekkora energiával rendelkezhet a részecske, ha anyaghullámként tekintünk rá?

## 4. Milyen színű a sárgarépa?

A sárgarépa színét a karotin molekulának köszönheti. Ez egy hosszúságú láncmolekula, amely mentén úgynevezett delokalizált elektronok találhatók. Ezen elektronok mozgása a molekula mentén jól modellezhető az előző feladatban tárgyalt, dobozba zárt elektronok kvantummechanikai modelljével. Nézzünk utána, milyen hosszú egy karotin molekula ( $L=?$ ) és hány delokalizált elektron található a láncon. Határozzuk meg az elektronok energiaszintjeit, valamint a szintek közti energia különbség alapján a molekula által elnyelt fényhullámhosszokat!

## 3. Alagúteffektus

Ahhoz, hogy egy fémből kiszakítsunk egy elektront, legalább  $W_{ki}$  mennyiségű energiát kell az elektronnal közölni, ahol  $W_{ki}$  az adott fémre jellemző kilépési munka. Két fémtömböt helyezünk el úgy, hogy köztük igen kicsi  $d$  távolság mérhető. Feltételezzük, hogy a fémtömbökben az elektron szabadon mozog,  $E$  mechanikai energiával rendelkezik. Mekkora valószínűséggel képes az elektron átkerülni az egyik fémtömbből a másikba, ha az elektron  $E$  energiája nem haladja meg a  $W_{ki}$  kilépési munkát?

## 4. Hidrogénatom

A Bohr-féle atommodell szerint az alapállapotú hidrogén atomban az elektron egy  $r_0$  sugarú körpályán kering. Schrödinger szerint az elektron hullámként veszi körül a magot. Az alapállapotú hidrogénatomban az elektron hullámfüggvényének amplitúdója az alábbiak szerint függ az atommagtól mért  $r$  távolságtól:  $\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{r_0}\right)^{3/2} e^{-r/r_0}$  Mekkora valószínűséggel tartózkodik az elektron a Bohr-sugáron kívül?