2. Elektromosan töltött szappanbuborék

Egy gömb alakú szappanbuborék belsejében a levegő sűrűsége ρ_i, a hőmérséklet T_i, a buborék sugara R_0, amit ρ_a sűrűségű, P_a atmoszférikus nyomású és T_a hőmérsékletű külső levegő vesz körül. A szappanhártya felületi feszültsége γ, sűrűsége ρ_s, vastagsága pedig t. A szappanhártya tömege és felületi feszültsége nem változik a hőmérséklet változásával. Feltehetjük, hogy $R_0 >> t$.

Jól ismert, hogy a dE energia, ami a szappanhártya-levegő egy oldali határfelületét dA területtel megnöveli, így adható meg: $dE = \gamma dA$, ahol γ a hártya felületi feszültsége.

2.1 Fejezd ki a $\dfrac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a}$ arányt a következő változókkal: γ, P_a és R_0. **[1,7 pont]**

2.2 Add meg a $(\dfrac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} - 1)$ kifejezés számszerű értékét a következő adatok felhasználásával: $\gamma = 0{,}0250\ \mathrm{Nm^{-1}}$, $R_0 = 1{,}00$ cm, illetve $P_a = 1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{Nm^{-2}}$. **[0,4 pont]**

2.3 Kezdetben a buborék belsejében a levegő melegebb, mint kívül. Add meg számszerűen azt a minimális T_i belső hőmérsékletet, ami elegendő ahhoz, hogy a buborék lebegjen a nyugvó levegőben! Az előzőekben megadottakkal együtt használd fel a következő adatokat: $T_a = 300\ \mathrm{K}$, $\rho_s = 1000\ \mathrm{kgm^{-3}}$, $\rho_a = 1{,}30\ \mathrm{kgm^{-3}}$, $t = 100\ \mathrm{nm}$ és $g = 9.80\ \mathrm{ms^{-2}}$.

[2,0 pont]

A keletkezése után hamarosan a buborék hőmérsékleti egyensúlyba kerül a környezetével. Természetesen ekkor a buborék a talaj felé esik, ha a levegő nem mozog.

2.4 Add meg paraméteresen a felfelé áramló levegő minimális u sebességét, ami ahhoz kell, hogy megakadályozza a termikus egyensúlyban lévő buborék leesését! Válaszodat add meg ρ_s, R_0, g, t és a levegő η viszkozitása segítségével! Feltételezheted, hogy az áramlási sebesség olyan kicsiny, hogy a Stokes-törvény alkalmazható, továbbá elhanyagolhatod a buborék sugarának változását, miközben a hőmérséklet a buborék belsejében az egyensúlyi értékre csökken. A Stokes-törvény így adja meg a közegellenállási fékező erőt: $F = 6\pi\eta R_0 u$. **[1,6 pont]**

2.5 Számítsd ki az u áramlási sebesség számszerű értékét, ha $\eta = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kgm^{-1}s^{-1}}$! **[0,4 pont]**

Az eddigi számítások azt sugallják, hogy a γ felületi feszültség figyelembe vétele csak nagyon kis mértékben befolyásolja az eredmények pontosságát. A további alkérdések esetében hanyagold el a felületi feszültségből adódó tagokat.

2.6 Most a gömb alakú buborék legyen egyenletesen feltöltve q töltéssel. Vezess le egy olyan egyenletet, ami tartalmazza a buborék R_1 új sugarát, továbbá a következő mennyiségeket: R_0, P_a, q és a vákuum ε_0 permittivitását (más néven a vákuum dielektromos állandóját)!

[2,0 pont]

2.7 Tegyük fel, hogy a buborék teljes töltése nem túlságosan nagy (azaz $\frac{q^2}{e_0 R_0^4} << P_a$), és ezért a buborék sugarának növekedése kicsiny. Add meg közelítőleg a buborék sugarának ΔR megváltozását, ahol $R_1 = R_0 + \Delta R$! Használd a következő közelítést: $(1+x)^n \approx 1+nx$, ahol $x << 1$. **[0,7 pont]**

2.8 Fejezd ki a buborék q töltését a következő mennyiségek segítségével, ami ahhoz kell, hogy a buborék lebegjen az álló levegőben: t, ρ_a, ρ_s, ε_0, R_0, P_a! Számítsd ki a q töltés számszerű értékét is! A vákuum permittivitása: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ farad/m. **[1,2 pont]**