

3. feladat (Problem 3) A gázkisülés legegyszerűbb modellje (10 pont)

Egy gázon átfolyó elektromos áramot gázkisülésnek nevezik. Sokféle gázkisülés van: a fénycsővekben, a hegesztéshez használt ívkisülés, és a villámokból jól ismert szikrakisülések.

A rész (Part A) Nem öfenntartó gázkisülés (4,8 pont)

A feladatnak ebben a részében az úgynevezett nem öfenntartó gázkisülést tanulmányozzuk. Ahhoz, hogy folyamatos gázkisülés jöjjön létre, egy külső ionizálóra van szükség, amely térfogat- és időegységként Z_{ext} darab egyszerűen ionizált ionból és szabad elektrontól álló párt hoz létre.

Amikor a külső ionizálót bekapcsoljuk, az elektronok és ionok száma nőni kezd. Az elektron- és ionsűrűség határtalan növekedésének a rekombináció szab gátat: ebben a folyamatban egy szabad elektron és egy ion semleges atommá rekombinálódik. A térfogat- és időegységként lejátszódó rekombinációk Z_{rec} számát a következő kifejezés adja meg:

$$Z_{\text{rec}} = r n_e n_i,$$

ahol az r állandó az úgynevezett rekombinációs együttható, és n_e , illetve n_i az elektron- illetve ionsűrűséget jelenti.

Tegyük fel, hogy a külső ionizálót a $t = 0$ pillanatban kapcsoljuk be, és ekkor az elektronok és az ionok kezdeti sűrűsége egyaránt nulla. Ezután az elektronok $n_e(t)$ sűrűsége a t idő függvényében a következőképp változik:

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh bt,$$

ahol n_0 , a és b állandók, $\tanh x$ pedig a tangens hiperbolikus függvény.

A1	Határozd meg és fejezd ki n_0 , a és b értékét Z_{ext} és r függvényében! (1,8 pont)
-----------	--

Tegyük fel, hogy két külső ionizálónk van. Ha csak az egyiket kapcsoljuk be, az elektronsűrűség a gázban $n_{e1} = 12 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ egyensúlyi értéket ér el. Ha csak a másikat kapcsoljuk be, akkor viszont az egyensúlyi elektronsűrűség $n_{e2} = 16 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

A2	Határozd meg a gázban kialakuló egyensúlyi n_e elektronsűrűséget, ha egyszerre mindkét külső ionizálót bekapcsoljuk. (0,6 pont)
-----------	--

Figyelem! A következőkben azt feltételezzük, hogy a külső ionizáló hosszú ideje be van kapcsolva, a folyamatok stacionáriussá váltak, és nem függenek az időtől. A töltéshordozók által keltett elektromos teret hagyd teljesen figyelmen kívül.

Tegyük fel, hogy a gáz egy csőben van két párhuzamos, S területű vezető lemez között, melyek távolsága egymástól $L \ll \sqrt{S}$. A lemezek közé kapcsolt U feszültség elektromos teret hoz létre. Tegyük fel, hogy mindkét fajta töltéshordozó sűrűsége közel állandó a csőben.

Tegyük fel hogy az elektronok (jelöljük e indexszel) és az ionok (jelöljük i indexszel) is ugyanakkora v rendezett sebességre tesznek szert az E elektromos tér hatására:

$$v = \beta E,$$

ahol a β állandó neve mobilitás.

A3	Fejezd ki a csőben folyó I elektromos áramot $U, \beta, L, S, Z_{\text{ext}}, r$ és az e elemi töltés függvényében. (1,7 pont)
-----------	---

A4	Határozd meg és fejezd ki a gáz ρ_{gas} fajlagos ellenállását $\beta, L, Z_{\text{ext}}, r$ és e függvényében kellően kicsi feszültség esetén. (0,7 pont)
-----------	--

B rész (Part B) Önfenntartó gázkisülés (5,2 pont)

A feladatnak ebben a részében az önfenntartó gázkisüléssel foglalkozunk, és megmutatjuk, hogyan válik a csőben az áram önfenntartóvá.

Figyelem! A következő részben a külső ionizálás ugyanazzal a Z_{ext} ionizációs rátával működik tovább. Hanyagold el a töltéshordozók által keltett elektromos teret, így az elektromos tér homogén a csőben. Ezen kívül a rekombináció is teljesen elhanyagolható.

Az önfenntartó gázkisülésben van két fontos folyamat, amit eddig nem vettünk figyelembe. Az első folyamat a szekunder elektronok kibocsátása, a második pedig az elektronlavinák kialakulása. A szekunder elektron kibocsátás akkor történik, ha ionok ütköznek a negatív elektródnak (katód), és a kilökött elektronok a pozitív elektród (anód) felé mozognak. Az egységnyi idő alatt kilökött elektronok \dot{N}_e számának és az egységnyi idő alatt a katódra csapódó ionok \dot{N}_i számának aránya a szekunder elektron kibocsátási együttható: $\gamma = \dot{N}_e / \dot{N}_i$. Az elektronlavinák kialakulását a következőképp magyarázhatjuk. Az elektromos tér felgyorsítja az elektronokat, melyek mozgási energiája elég nagy lesz ahhoz, hogy ütközéskor újabb atomokat ionizáljanak. Ennek következtében jelentősen megnő az anód felé haladó szabad elektronok száma. Ezt a jelenséget az α Townsend-együtthatóval írjuk le, ami megadja az elektronok számának dN_e növekedését miközben N_e elektron áthalad dl távolságon:

$$\frac{dN_e}{dl} = \alpha N_e.$$

A teljes I áram a cső bármely keresztmetszetén az $I_i(x)$ ionáramból és az $I_e(x)$ elektronáramból áll, melyek, állandósult állapotban függenek a fenti ábrán látható x koordinátától. Az $I_e(x)$ elektronáram az x -tengely mentén a következőképp változik:

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2,$$

ahol A_1, A_2, C_1 állandók.

B1 Határozd meg és fejezd ki A_1, A_2 értékét $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S$ függvényében! (2 pont)

Az $I_i(x)$ ionáram az x -tengely mentén a következő kifejezés szerint változik:

$$I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x},$$

ahol B_1, B_2, C_2 állandók.

B2	Határozd meg és fejezd ki B_1, B_2 értékét $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S, C_1$ függvényében! (0,6 pont)
B3	Add meg az $I_i(x)$ -re vonatkozó peremfeltételt, ha $x = L$. (0,3 pont)
B4	Add meg az $I_i(x)$ -re és $I_e(x)$ -re vonatkozó peremfeltételt, ha $x = 0$. (0,6 pont)
B5	Határozd meg és fejezd ki az I teljes áram értékét $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L, S$ függvényében! Tegyed fel, hogy ez az érték véges marad. (1,2 pont)

Legyen az α Townsend-együttható állandó. Ha a cső hossza nagyobbá válik, mint egy kritikus érték, azaz $L > L_{\text{cr}}$, a külső ionizálás kikapcsolható, és a kisülés önfenntartóvá válik.

B6 Határozd meg és fejezd ki L_{cr} értékét $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L, S$ függvényében! (0,5 pont)

