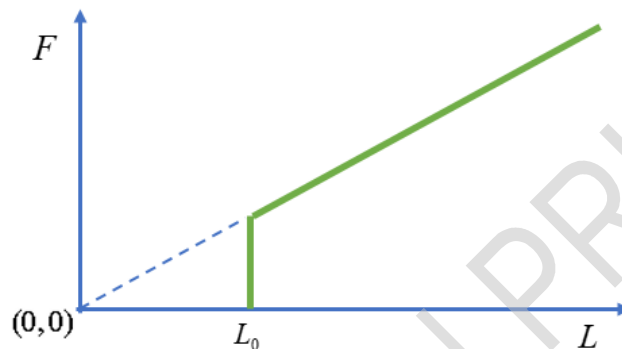


## Nulla hosszúságú rugók és a slinky

Nulla hosszúságú rugó (zero-length spring, röviden ZLS) egy olyan rugó, amelyben az erő arányos a rugó hosszával:  $F = kL$ ,  $L > L_0$ -ra, ahol  $L_0$  a rugó minimális hossza, ami a nyújtatlan hossza is egyben. Az 1. ábra ZLS-re mutatja az  $F$  erő és a rugó  $L$  hossza közötti kapcsolatot, ahol az egyenes meredeksége a  $k$  rugóállandó.



1. ábra. Az  $F$  erő és a rugó  $L$  hossza közötti kapcsolat

Egy ZLS a szeizmográfiában használható, és segítségével a  $g$  nehézségi gyorsulás változása nagyon pontosan mérhető. A feladatban homogén ZLS-t tekintünk, melynek  $Mg$  súlya nagyobb, mint  $kL_0$ . Legyen  $\alpha = kL_0/Mg < 1$ , ami a rugó relatív lágyságát jellemző, dimenzió nélküli szám. A „slinky” néven ismert játék lehet (de nem feltétlenül) ilyen ZLS.

### A rész: Statika (3.0 pt)

**A.1** Tekintsünk egy nyújtatlan ZLS  $\Delta\ell$  hosszúságú szakaszát. Ezután a rugót a súlytalanság állapotában  $F$  erővel megnyújtjuk. Mekkora ennek a szakasznak a  $\Delta y$  hossza az  $F$ , a  $\Delta\ell$  és a rugó adataival kifejezve? 0.5pt

**A.2** Határozd meg azt a  $\Delta W$  munkát, ami ahhoz szükséges, hogy az eredetileg  $\Delta\ell$  hosszúságú szakaszt  $\Delta y$ -ra nyújtsuk meg! 0.5pt

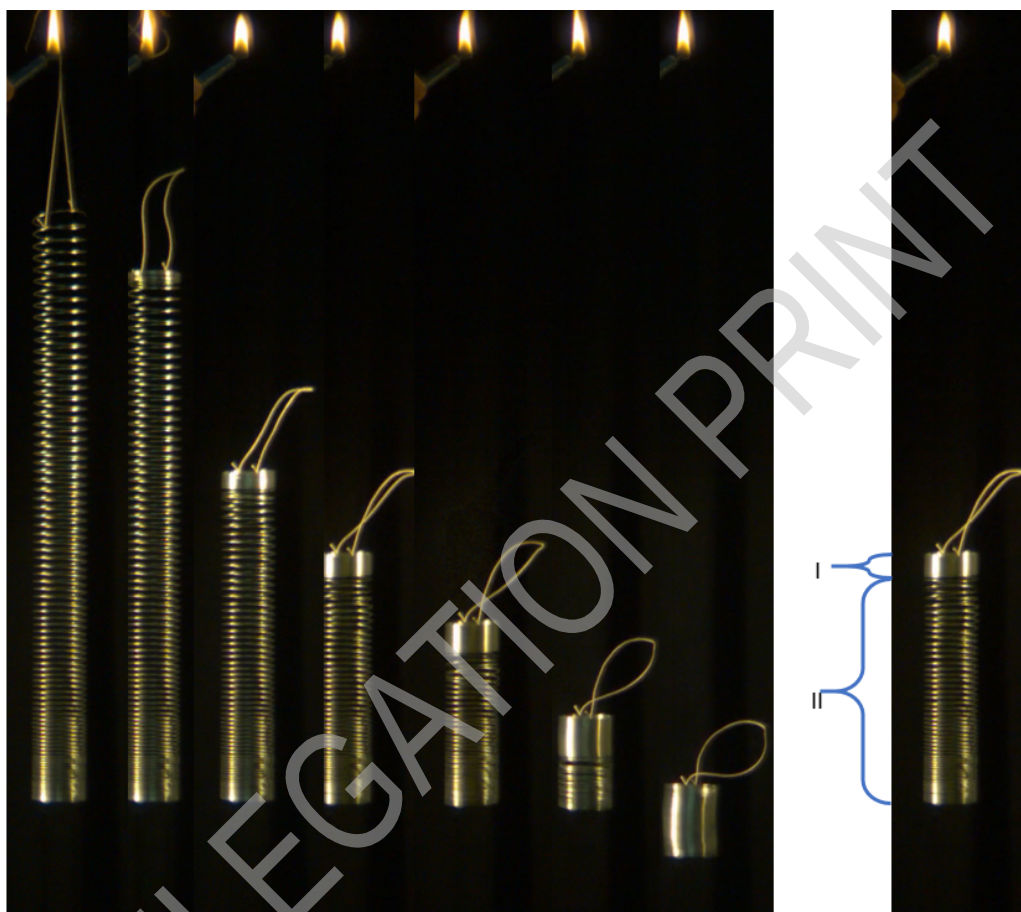
Ebben a kérdésben a rugó egy pontját a nyújtatlan állapotban az aljától mért  $0 \leq \ell \leq L_0$  távolsággal jellemezzük. A rugó megnyújtásakor annak minden pontjára  $\ell$  változatlan marad.

**A.3** Tegyük fel, hogy a rugót az egyik végénél fogva fellógatjuk, úgy hogy az a saját súlya alatt megnyúlik. Mekkora a felfüggesztett, egyensúlyban lévő rugó  $H$  hossza? A válaszodat  $L_0$  és  $\alpha$  segítségével fejezd ki! 2.0pt

### B rész: Dinamika (5.5 pt)

A kísérletek azt mutatják, hogy ha a nyugalomban lévő, felfüggesztett rugót elengedjük, a rugó a tetején fokozatosan összehúzódik, míg az alja nyugalomban marad (lásd a 2. ábrát). Ahogy az idő telik, az összehúzódó rész úgy mozog, mint egy szilárd anyagdarab és egyre több rugómenetet foglal magába, mialatt a nyugalomban lévő rész rövidebb lesz. A rugó minden egyes pontja csak akkor kezd el mozogni, amikor a mozgó rész eléri azt. A rugó legalsó vége csak akkor mozdul meg, amikor már a rugó teljes

egészében összecukódott, és elérte a nyújtatlan  $L_0$  hosszát. Ezután az összehúzódott rugó tovább esik egyenesen lefelé úgy, mint egy merev test a gravitáció hatására.



2. ábra. Bal oldal: Sorozatkép a slinky szabadeséséről. Jobb oldal: A mozgó I-es és a nyugalomban lévő II-es rész a rugó szabadesése során

A feladat további részében a megoldásodat erre, az előzőekben leírt modellre alapozd.

A légellenállás elhanyagolható, de  $L_0$ -t nem hanyagolhatod el.

- |            |   |       |
|------------|---|-------|
| <b>B.1</b> | Határozd meg azt a $t_c$ időt, ami a rugó elengedésének pillanatától a legkisebb $L_0$ hosszra történő összecukódásáig eltelik! Fejezd ki a válaszodat $L_0$ , $g$ és $\alpha$ segítségével!<br>Számítsd ki $t_c$ értékét egy olyan rugóra, melyre $k = 1.02 \text{ N/m}$ , $L_0 = 0.055 \text{ m}$ és $M = 0.201 \text{ kg}$ , valamint $g$ -t vedd $9.80 \text{ m/s}^2$ -nek! | 2.5pt |
|------------|---|-------|



**B.2** Ebben a részben  $\ell$  jelöli az I-es (2. ábrán a mozgó) és a II-es (2. ábrán az álló) rész határvonalát. Egy bizonyos pillanatban, amikor a nyugalomban lévő rész még létezik, annak a tömege  $m(\ell) = \frac{\ell}{L_0} M$ , és a mozgó rész minden pontja azonos  $v_1(\ell)$  pillanatnyi sebességgel esik. Mutasd meg, hogy ebben a pillanatban (amikor létezik még a nyugalomban lévő rész) a mozgó rész sebessége  $v_1(\ell) = \sqrt{A\ell + B}$  alakú! Fejezd ki az  $A$  és  $B$  állandókat  $L_0$ ,  $g$  és  $\alpha$  segítségével. 2.5pt

**B.3** A B.2. kérdés alapján határozd meg a rugó mozgó részének  $v_{\min}$  legkisebb sebességét a rugó elengedése és földre érkezése között létrejövő mozgása során! A választodat  $L_0$ ,  $\alpha$ ,  $A$  és  $B$  segítségével! 0.5pt

### C rész: Energia (1.5 pt)

**C.1** Határozd meg, mekkora  $Q$  mechanikai energia vesz el hő formájában a rugó elengedésétől számítva, amíg földet nem ér! Fejezd ki a választodat  $L_0$ ,  $M$ ,  $g$  és  $\alpha$  segítségével! 1.5pt

DELEGATION PRINT