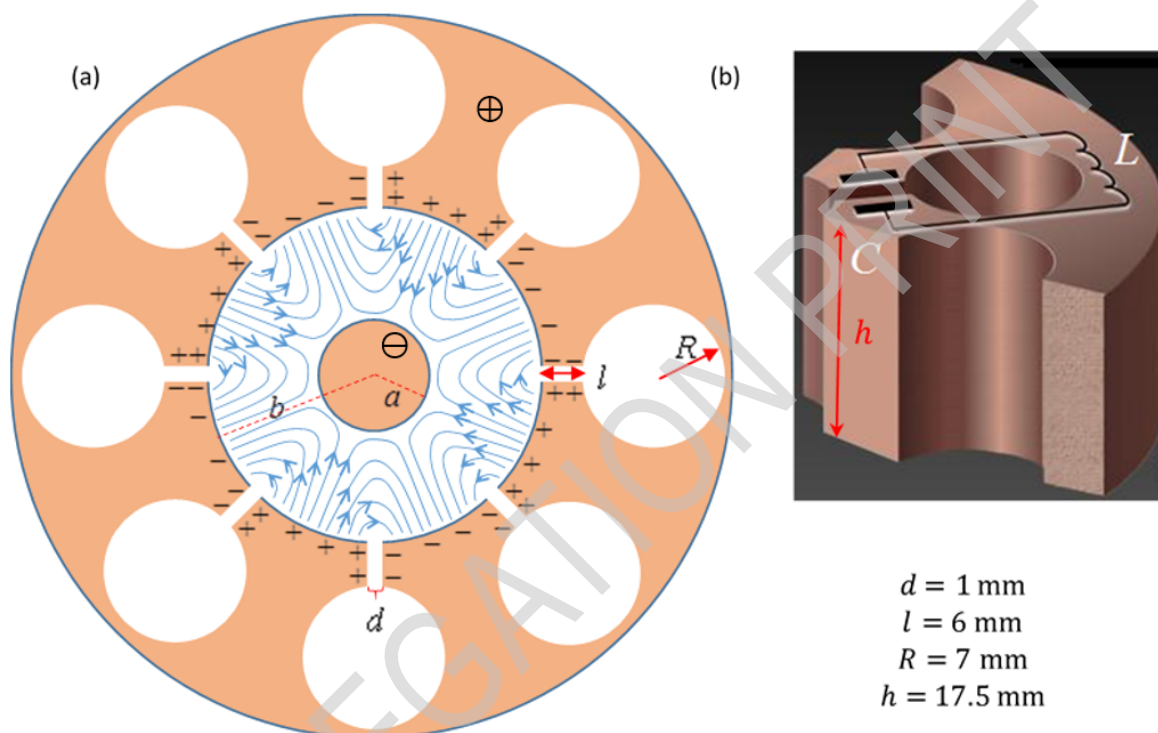


## A mikrohullámú sütő fizikája

Ez a feladat a mikrohullámú sütőben lévő sugárzás létrehozását és annak az étel melegítésére való felhasználását tárgyalja. A mikrohullámú sugárzást a „magnetronnak” nevezett egység állítja elő. Az A rész a magnetron működésével, a B rész pedig a mikrohullámú sugárzás ételben való elnyelődésével foglalkozik.



1. ábra

### A rész: A magnetron felépítése és működése (6.6 pt)

A magnetron mikrohullámú sugárzás előállítására képes eszköz, akár pulzusokban (radar alkalmazásokban), vagy folytonosan (pl. a mikróban). A magnetronnak van egy önerősítő rezgési módusa. A magnetronra sztatikus (nem váltakozó) feszültséget kapcsolva ez a módus gyorsan gerjesztődik. Az így keletkező mikrohullámú sugárzást a magnetron kibocsátja.

Egy tipikus, mikrohullámú sütőben lévő magnetron egy tömör, hengeres,  $a$  sugarú réz katódból és egy  $b$  sugarú anódból áll. Az utóbbi alakja egy vastagfalú hengeres cső, amibe henger alakú üregek vannak fúrva. Ezeket az üregeket „rezonátornak” nevezik. Az egyik rezonátor egy antennához van csatolva, amely kivezeti a mikrohullámú energiát; a továbbiakban az antenna hatását elhanyagoljuk. Minden belső üregben vákuum van. Egy olyan tipikus magnetront fogunk vizsgálni, amelynek nyolc rezonátora van, ahogy az az 1.a. ábrán látható. Egy rezonátor háromdimenziós szerkezetét az 1.b. ábra mutatja. Ahogy itt is látszik, mind a nyolc üreg egy-egy LC rezgőkörként viselkedik, melynek működési frekvenciája  $f = 2.45 \text{ GHz}$ .

A magnetron hosszanti tengelyével párhuzamosan statikus, homogén mágneses mezőt hozunk létre, az 1.a. ábrán a papír síkjából kifelé mutató irányban. Ezen kívül állandó feszültséget kapcsolunk az anód (pozitív potenciál) és a katód (negatív potenciál) közé. A katódból kilépő elektronok eléri az anódot és



feltöltik azt, ezzel egy olyan rezgési módot gerjesztve, amelyben a töltés előjele bármely két szomszédos rezonátor között ellentétes. Az üregek saját rezgése felerősíti ezeket a rezgéseket.

A fent leírt folyamat az alkalmazott állandó feszültség által keltett sztatikus tér mellett egy, a már említett  $f = 2.45 \text{ GHz}$  frekvenciával váltakozó elektromos mezőt is eredményez a katód és anód közötti térrészben (ezek a kék vonalak az 1.a. ábrán; a sztatikus tér nincs jelölve). Állandósult állapotban az anód és katód közötti váltakozó elektromos térerősség amplitúdója tipikusan kb.  $\frac{1}{3}$ -szorososa az ott lévő sztatikus tér erősségének. A katód és az anód közötti térrészben lévő elektronok mozgását mind a sztatikus, mind pedig a váltakozó tér befolyásolja. Emiatt az anódot elérő elektronok a sztatikus térből megszerzett energiájuk kb. 80%-át átadják a váltakozó elektromos mezőnek. A kilépő elektronok kis része visszaér a katódhoz, ott további elektronokat léptet ki, ezáltal tovább erősítve a váltakozó elektromos teret.

Mindegyik rezonátor egy kapacitásnak és egy induktitásnak tekinthető, lásd az 1.b. ábrát. A kapacitás nagyrészt a rezonátor felületének sík részéből adódik, míg az induktitás a hengeres résztől származik. Tételezd fel, hogy a rezonátorban az áram egyenletes eloszlásban folyik a hengeres üreg felületéhez nagyon közel, és hogy az áram által keltett mágneses indukció nagysága 0.6-szer akkora, mint egy ideális, végtelen szolenoid esetén. A rezonátor geometriáját jellemző különböző méretek az 1.b. ábrán láthatók. A vákuum permittivitása és permeabilitása rendre  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$  és  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ .

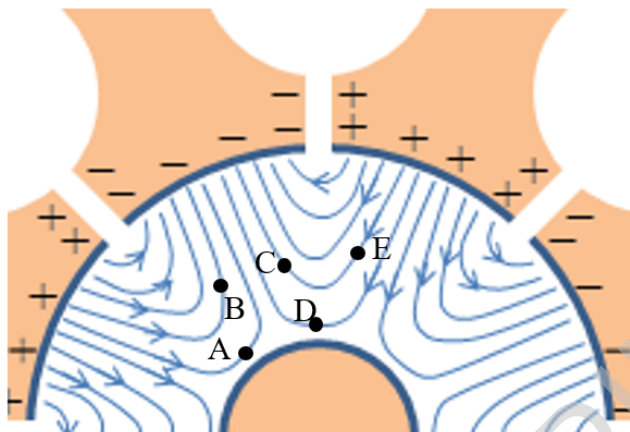
- A.1** A fenti adatok felhasználásával becsüld meg egyetlen rezonátor  $f_{\text{est}}$  frekvenciáját! (Az eredményed eltérhet a valódi  $f = 2.45 \text{ GHz}$  értéktől. A feladat további részében használd a **valódi** értéket!) 0.4pt

A következő, A.2. rész nem a magnetronnal foglalkozik, de a releváns fizika egy részét segít bemutatni. Tekintsünk egy elektront szabad térben, amely a negatív  $y$  tengely irányába mutató homogén,  $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$  elektromos mező, valamint a pozitív  $z$  tengely irányába mutató homogén,  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$  indukciójú mágneses mező hatása alatt mozog (itt  $E_0$  és  $B_0$  pozitívak;  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  pedig a szokásos irányokba mutató egységvektorok). Jelölje az elektron sebességvektorát a  $t$  időpillanatban  $\vec{u}(t)$ . Az elektron  $\vec{u}_D$  sodródási (drift-) sebességén az elektron átlagsebességét értjük. Az elektron tömegét és töltését rendre  $m$  és  $-e$  jelöli.

- A.2** A következő két esetben határozd meg  $\vec{u}_D$ -t, valamint rajzold le a válaszlapon az elektron pályáját (a laboratóriumi rendszerben) a  $0 < t < \frac{4\pi m}{eB_0}$  időintervallumban, ha:
1. a  $t = 0$  időpillanatban az elektron sebességvektora  $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$ ,
  2. a  $t = 0$  időpillanatban az elektron sebességvektora  $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$ .

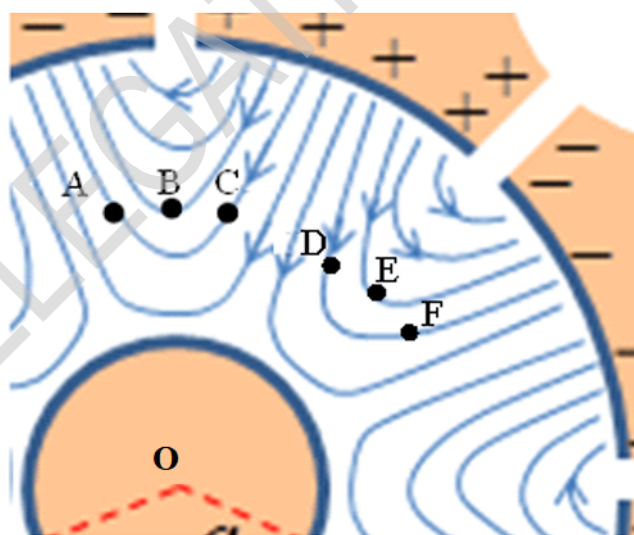
Most visszatérünk a magnetron tárgyalásához. A katód és anód közötti távolság 15mm. Tételezd fel, hogy a korábban említett, váltakozó tér miatti energiavesztés következtében az egyes elektronok maximális mozgási energiája nem haladja meg a  $K_{\text{max}} = 800 \text{ eV}$  értéket. Az állandó mágneses tér indukciója  $B_0 = 0.3 \text{ T}$ . Az elektron tömege és töltése rendre  $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  és  $-e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

- A.3** Becsüld meg az elektronok maximális  $r$  pályasugarának számszerű értékét abban a vonatkoztatási rendszerben, amelyben a pálya jó közelítéssel kör; tekintsd ezt a rendszert közelítőleg inerciarendszernek. 0.4pt



2. ábra

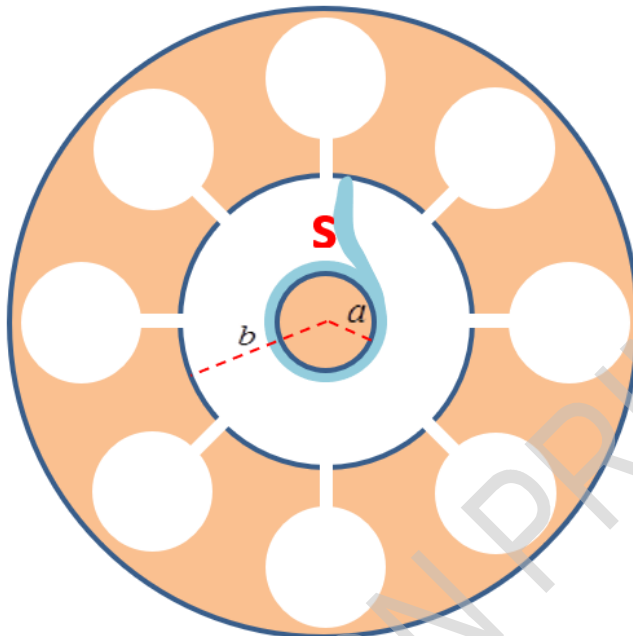
- A.4** A 2. ábra a váltakozó elektromos tér erővonalait szemlélteti az anód és a katód között egy adott időpillanatban (a sztatikus tér nincs ábrázolva). Jelöld be a válaszlapon, hogy az A,B,C,D és E pontokban található elektronok közül melyek sodródhatnak az anód felé, melyek a katód felé, és melyek sodródhatnak a sugárirányra merőlegesen! 1.2pt



3. ábra

A 3. ábra a váltakozó elektromos tér erővonalait szemlélteti az anód és a katód között egy adott időpillanatban (a sztatikus tér nincs ábrázolva). Ebben a pillanatban hat elektron helyzetét jelzik az A, B, C, D, E és F pontok. Mindegyik elektron ugyanakkora távolságra van a katódtól.

- A.5** Tekintsük a 3. ábrán látható helyzetet! Az AB, AC, BC, DE, DF, EF elektronpárok mindegyike esetén jelöld be a válaszlapon, hogy a sodródásuk hatására a pár tagjainak (a katód O középpontjától mért) helyvektorai által bezárt szög csökken vagy növekszik az adott időpillanatban! 1.2pt



4. ábra

A mintázat, amit az A.5. részben felismertél, fókuszáló hatásként működik, a katód és anód közötti tér-  
részben lévő elektronokat küllőkbe tömöríti. A 4. ábra egy ilyen küllőt ábrázol, melyet S-sel jelöltünk.

- A.6** Rajzold be a válaszlapon a többi küllőt is ebben a pillanatban. Nyilakkal jelöld a forgásuk irányát, és számítsd ki a forgás átlagos  $\omega_s$  szögsebességét! 0.8pt

Használd azt a közelítést, hogy a teljes elektromos télerősség a katód és anód között félúton egyenlő a sztatikus elektromos télerősségnek a katódtól az anódig tartó sugárirányú vonalra számított átlagos értékével, valamint hogy a küllők közelítőleg sugárirányúak ebben a tartományban. A katód és anód sugara ( $a$  és  $b$ ) a 4. ábrán van megadva.

- A.7** Vezess le egy közelítő összefüggést annak a sztatikus  $V_0$  feszültségnek az értékére, amely a magnetron fent leírt módon való üzemeltetéséhez szükséges! (A kifejezés, amit kapni fogsz, a magnetron üzemeltetéséhez szükséges minimális érték becslése; az optimális feszültség ennél valamivel nagyobb.) 1.1pt

### B rész: A mikrohullámú sugárzás kölcsönhatása vízmolekulákkal (3.4 pt)

Ez a rész a (magnetron antennája által a mikro belső terébe vezetett) mikrohullámú sugárzás főzésre való használatával foglalkozik; azaz hogy hogyan melegíthető fel egy olyan veszteséges dielektrikum, mint a sós vagy tiszta víz (ami jelen esetben számunkra egy leves modellje).

Egy elektromos dipólus két azonos nagyságú, de ellentétes előjelű,  $q$  és  $-q$  töltést jelent egymástól kicsiny  $d$  távolságra. A dipólmomentum-vektor a negatív töltéstől a pozitív felé mutat, nagysága  $p = qd$ .

Egyetlen,  $\vec{p}(t)$  dipólmomentumú, állandó  $p_0 = |\vec{p}(t)|$  erősségű dipólusra időfüggő,  $\vec{E}(t) = E(t)\hat{x}$  elektromos teret alkalmazunk. Az elektromos télerősség és a dipólus által bezárt szög  $\theta(t)$ .

- B.1** Add meg az elektromos tér által a dipólusra kifejtett  $\tau(t)$  forgatónyomatékokat és a tőrből a dipólusnak átadott  $H_i(t)$  teljesítményt  $p_0$ ,  $E(t)$ ,  $\theta(t)$  és azok deriváltjai segítségével! 0.5pt

A vízmolekulák polárosak, így elektromos dipólusokként kezelhetők. Folyékony állapotban a vízmolekulák a közöttük lévő erős hidrogénkötések miatt nem kezelhetők egymástól független dipólusoknak. Ehelyett a  $\vec{P}(t)$  polarizációvektort kell használnunk, ami nem más, mint a dipólmomentum-sűrűség (egységnyi térfogatban található vízmolekulák eredő dipólmomentumának átlagos értéke). A  $\vec{P}(t)$  polarizáció párhuzamos a mikrohullámú sugárzás lokálisan jelenlévő, váltakozó  $\vec{E}(t)$  elektromos térével, és a lokális, váltakozó elektromos tér amplitúdójával arányos amplitúdóval oszcillál, attól azonban  $\delta$  fázissal lemaradva.

A lokális, váltakozó elektromos térerősséget a víz belsejében egy adott pontban  $\vec{E}(t) = E_0 \sin(\omega t) \hat{x}$  adja meg, ahol  $\omega = 2\pi f$ , ez  $\vec{P}(t) = \beta \varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t - \delta) \hat{x}$  polarizációt hoz létre, ahol a  $\beta$  dimenziótlan állandó a víz jellemzője.

- B.2** Vezess le egy összefüggést a víz által térfogategységenként elnyelt teljesítmény  $\langle H(t) \rangle$  időátlagára! Egy időben periodikusan változó  $f(t)$  mennyiség időátlaga a  $T$  periódusidőre számítva a következő: 0.5pt

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt. \quad (1)$$

Vizsgáljuk most a sugárzás terjedését vízben! A víz relatív dielektromos állandója (az elektromágneses hullám frekvenciáján)  $\varepsilon_r$ , az ennek megfelelő törésmutató pedig  $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ . Az elektromos tér pillanatnyi energiasűrűségét az  $\frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2$  összefüggés adja meg. Az elektromos és mágneses mező időátlagolt energiasűrűsége megegyezik.

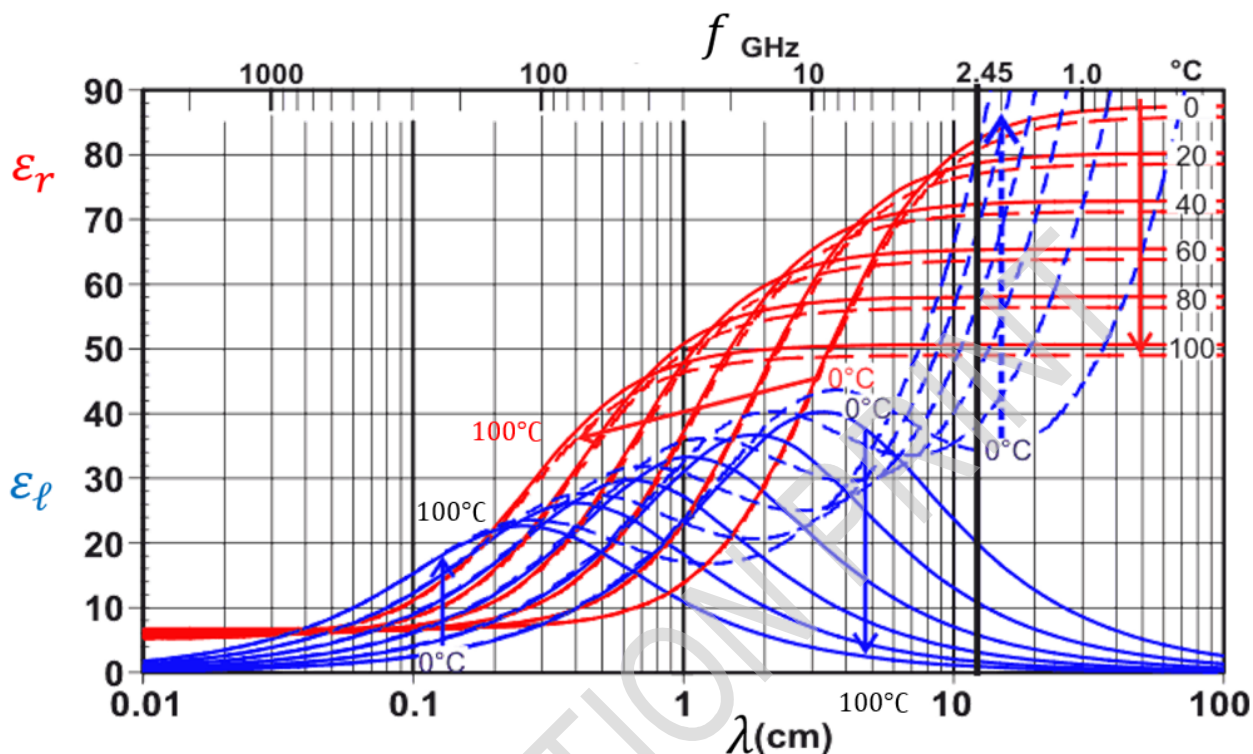
- B.3** Jelölje a sugárzás időátlagolt energiafluxus-sűrűségét  $I(z)$  (ami az egységnyi felületre eső átlagos sugárzási teljesítmény). Itt  $z$  a sugárzás által elért vízmélységet jelöli, a sugárzás a  $z$  irányban terjed. Vezess le egy összefüggést arra, hogyan függ az  $I(z)$  energiafluxus-sűrűség  $z$ -től! A víz felszínén lévő  $I(0)$  energiafluxus szerepelhet a válaszodban. 1.1pt

A  $\delta$  fáziskésés a vízmolekulák közötti kölcsönhatás következménye. Ez a  $\tan \delta = \varepsilon_\ell / \varepsilon_r$  kifejezés szerint függ a dielektromos veszteség dimenziótlan  $\varepsilon_\ell$  együtthatójától és az  $\varepsilon_r$  relatív dielektromos állandótól (mindkettő függvénye a sugárzás  $\omega$  körfrekvenciájának és a hőmérsékletnek). Ha  $\delta$  elég kicsiny, az elektromos térerősség a víz belsejében  $z$  mélységben a következő:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2} n k_0 z \tan \delta} \sin(n k_0 z - \omega t), \quad (2)$$

ahol  $k_0 = \omega/c$  és  $c = 3.0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$  a vákuumbeli fénysebesség.

- B.4** A  $\tan \delta \approx \sin \delta$  közelítést alkalmazva fejezd ki a B.2. részben definiált  $\beta$  mennyiséget a többi paraméter segítségével! 0.6pt



5. ábra. A nyilak a hőmérséklet változását jelzik a görbék között a 0°C - 100°C tartományban.

Az 5. ábra  $\epsilon_l$  (kék) és  $\epsilon_r$  (piros) értékét mutatja tiszta vízre (folytonos vonalak) és híg sós oldatra (szaggatott vonalak) a hullámhossz és a frekvencia függvényében, néhány különböző hőmérsékleten. Az  $\omega = 2\pi \cdot 2.45 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  értéknek megfelelő frekvenciát vastag függőleges vonal jelzi. A továbbiakban csak ezt a frekvenciájú mikrohullámú sugárzást tekintjük.

**B.5** Használd az 5. ábrát a következő kérdésekhez:

0.7pt

- 20°C-os víz esetére határozd meg a  $z_{1/2}$  behatolási mélységet, ahol az egyenynyi térfogatra jutó teljesítmény a  $z = 0$  helyen lévő értékhez képest felére csökken!
- Jelöld be a válaszlapon, hogy a mikrohullámú sugárzás behatolási mélysége vízben növekszik, csökken vagy nem változik, ha a hőmérsékletet növeljük!
- Jelöld be a válaszlapon, hogy a mikrohullámú sugárzás behatolási mélysége levesben (híg sós oldatban) növekszik, csökken vagy nem változik, ha a hőmérsékletet növeljük!