„Seagull" fizika becslési verseny

2013. április 22.

A verseny. Napjainkban a kutatómunka és az ipari fejlesztések során a fizikusok általában nem tankönyvszagú, egzaktul megoldható, papíron kiszámolható feladatokkal szembesülnek, hanem komplex problémákkal, melyekben a lényegi fizika meglátásához kiváló szemléletre van szükség. Ilyenkor gyakran egy-egy okos közelítés vagy jól megalapozott becslés vezet eredményre. Az új, „Seagull"-nak (sirály) keresztelt versenyen elsőre igen nehéznek tűnő feladatokkal kell megbirkózni. A cél, hogy az (egyébként legtöbbször csak numerikusan, számítógéppel vagy bonyolult differenciálegyenletekkel kiszámítható) egzakt végeredményt minél pontosabban kell megbecsülni. Általában a problémák olyan természetűek, hogy egy ügyes gondolat vagy ésszerű elhanyagolás észrevétele igen jó becsléshez vezethet, de ha valaki a nyers erővel való végigszámolással próbálkozik, könnyen kudarcba fullad.

A Seagull verseny gondolata a 2012-es észt diákolimpia szervezőjének, Jaan Kalda fejéből pattant ki. Kalda nem titkolt vágya, hogy a versenyt idővel (a Kenguru matematikaversenyhez hasonlóan) nemzetközivé tegye. Elsőként Magyarország csatlakozik ehhez a kezdeményezéshez az idei verseny megszervezésével.

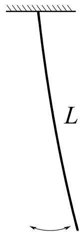
A szabályok. A feladatok megoldásához csak a diákolimpiai előírásoknak megfelelő (nem programozható, nem grafikus) tudományos számológép, író- és rajzeszközök használata megengedett. A verseny végén csak a kitöltött válaszlapot kell beadni. A verseny időtartama 90 perc, az elbírálás életkortól és osztálytól függetlenül, egy kategóriában történik. Ebben az évben **a Seagull eredménye beszámít a Kunfalvi Rezső Olimpiai Válogatóversenybe**, azaz az itt megszerzett pontszám (legfeljebb 100 pont) hozzáadódik a válogatóverseny pontszámához.

A pontszámítás. Minden feladat megoldásával legfeljebb 20 pontot lehet szerezni. A pontszám kizárólag a becsült érték és az egzakt végeredmény hányadosától függ, a megoldáshoz vezető gondolatmenetet nem értékeljük (ezért akár tippeléssel is lehet maximális pontszámot szerezni). A pontszámítás mindegyik feladatra a következő formula szerint történik:

$$\text{pontszám} = 20 \cdot 10^{-|\log(x/y)|},$$

ahol x a becsült érték, y pedig az egzakt végeredmény. Ha például a becsült érték és az egzakt végeredmény egy kettes szorzófaktorban különbözik (bármelyik irányban), a feladatért az elérhető pontszám fele, azaz 10 pont jár.

Kellemes versenyzést kíván a Versenybizottság!



1. Feladat. Becsüljük meg a legfelső pontjánál rögzített, $L = 1$ méter hosszúságú lánc kis lengéseinek periódusidejét! (Csak az ábrán látható, legkisebb frekvenciájú lengési módust vizsgáljuk! $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$)

2. Feladat. Kezdetben függőlegesen lógó, 1 méter hosszú, homogén tömegeloszlású rúdingát meglökünk úgy, hogy mozgása során a legnagyobb szögkitérése $\pi - \varepsilon$ legyen. Becsüljük meg, hogy a lökés után mennyi idővel éri el az inga ezt a szögkitérést, ha $\varepsilon = 10^{-100}$ (radiánban mérve)! A nehézségi gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, a közegellenállást hanyagoljuk el!

Figyelem! Hasznos lehet a következő összefüggés: $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left(\sqrt{x^2 - a^2} + x\right)$

3. Feladat. Vízszintes síkú, $R = 2$ m sugarú korong függőleges tengelye körül szabadon foroghat. A korongon, annak tengelyétől $r = 1$ m-re kicsiny test nyugszik. A korongot óvatosan forgatni kezdjük. A szögsebességet lassan növelve azt tapasztaljuk, hogy a kis test egy kritikus szögsebességnél megcsúszik. Becsüljük meg, hogy a megcsúszás után mekkora sebességgel éri el a kis test a korong szélét! A csúszási és a tapadási súrlódási együttható egyaránt $\mu = 0{,}5$; $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

4. Feladat. Egy gőzkabinban a túltelített vízgőz hatására a kabin vízszintes mennyezetén apró vízcseppek képződnek. Becsüljük meg a legnagyobb stabil (még éppen nem lecseppenő) vízcsepp „magasságát”, azaz a csepp legalsó pontja és a mennyezet közötti távolságot! Feltételezhetjük, hogy a kabin mennyezete tökéletesen nedvesítő anyagból készült, a víz felületi feszültsége $\alpha = 72{,}8\ \mathrm{mN/m}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

5. Feladat. Egy $D = 1$ m belső átmérőjű üres gömbhéjon $d = 10$ cm átmérőjű, kör alakú lyuk van. A gömb belső felülete matt fekete; a felület minden darabkája a rá eső fény 10%-át szétszórja, a maradék 90%-ot elnyeli. A szórt fény intenzitása arányos a felület normálisa és a szórás iránya által bezárt szög koszinuszával. A lyukat kívülről (annak síkjára merőlegesen) párhuzamos, 1000 lumen/m^2 intenzitású fénnyel világítjuk meg. Hány lumen/m^2 a megvilágítása a gömb belső felületén lévő legkisebb megvilágítású felületdarabkának?

Megvilágítás: egy felületelemre *beeső* fény teljesítménye osztva a felületelem felszínével.